Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Ульяновский государственный технический университет»

Лабораторная работа №1

Дисциплина: «Методы моделирования»

Тема: «Анализ и генерация случайных чисел. Основы имитационного моделирования»

Вариант 2

Выполнил

Студент группы УПАСбд-31

Джураев И.Д.

Проверил

преподаватель кафедры

«Вычислительная техника»

Валюх В. В.

Ульяновск, 2024

**Цель работы:** Изучение основных характеристик случайных величин на базе теории вероятностей и математической статистики; изучение и программирование способов получения псевдослучайных чисел.

***ЗАДАНИЕ 1***

Для стандартного генератора случайных чисел выбранного Вами языка программирования получить три последовательности  N случайных чисел (N={100, 1000, 10000}), для которых определить следующие характеристики: математическое ожидание М, дисперсию D и среднеквадратичное отклонение .

Выполнить проверку частотности и равномерности генератора.

Построить графики  Функций Р(X) для оценки частотности генератора. Для получаемой выборки  N  чисел  Р(X) – вероятность попадания генерируемой случайной величины в соответствующий интервал ее области определения.

Сравнить результаты с теоретическими.

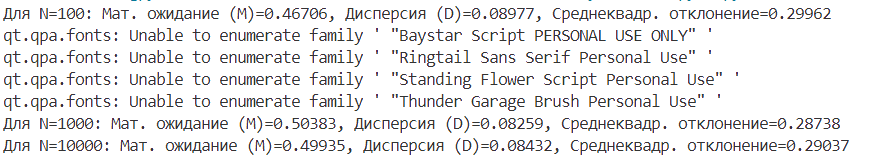
Для оценки равномерности генератора случайных чисел выполнить расчет математического ожидания Mi для i  последовательностей  из 1000 случайных чисел (i=1,2,..., 10) и для i последовательностей случайных чисел переменной длины (длина  i-ой  последовательности задается как i\*1000;  i = 1, 2, ..., 10). Построить графики зависимости разности (М-Мi) от номера  последовательности i, где  М - теоретическое  математическое ожидание равномерного распределения случайных чисел,  Мi - расчетное математическое ожидание для  i-й последовательности случайных чисел,  полученных от генератора. По данным результатам определить  Р{|М-Мi|<s} - вероятность того, что отклонения расчетного математического ожидания от теоретического не превышают величину теоретического среднеквадратичного отклонения.

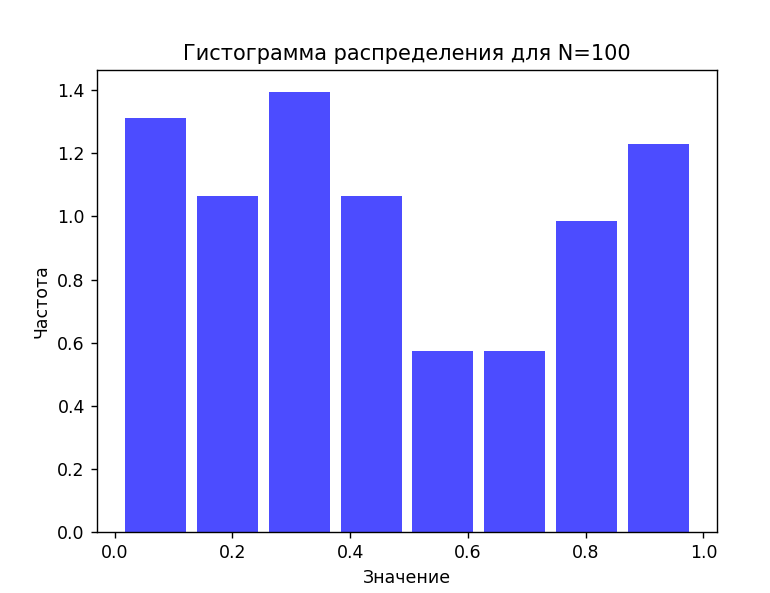
***ЗАДАНИЕ 2***

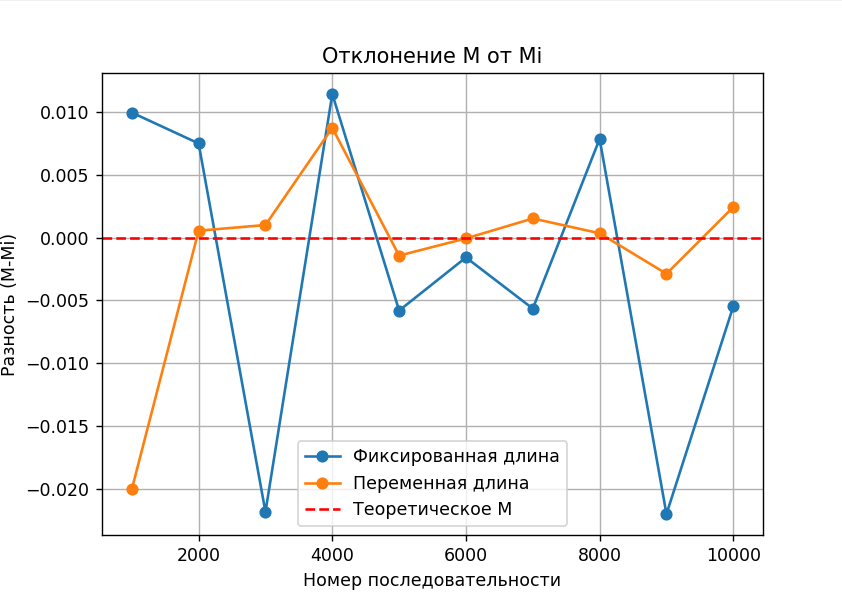
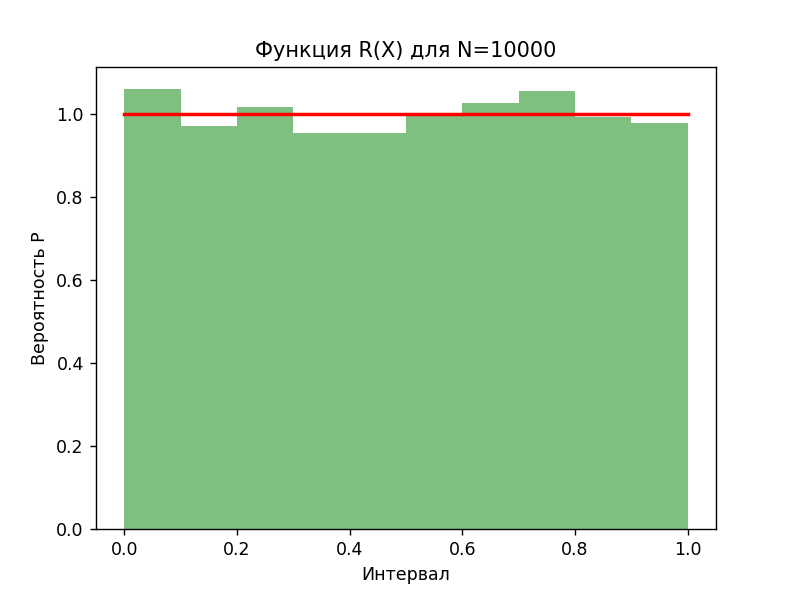
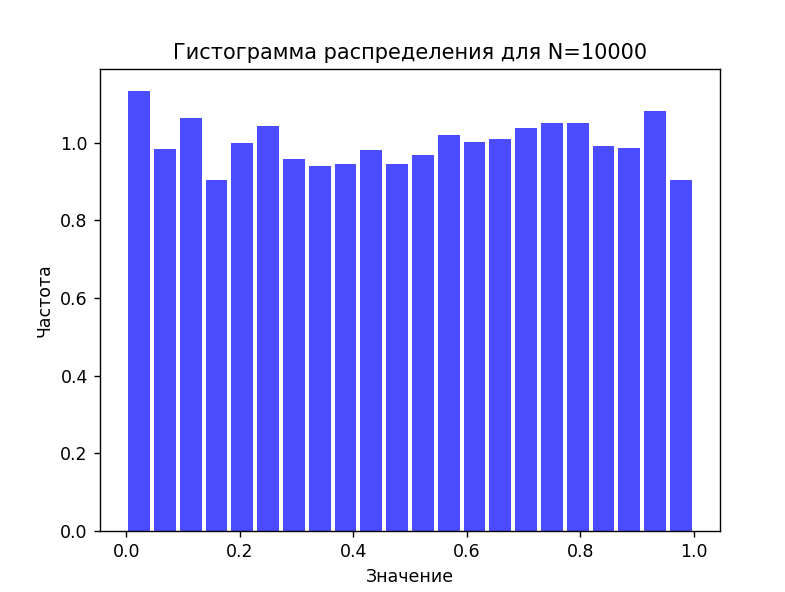
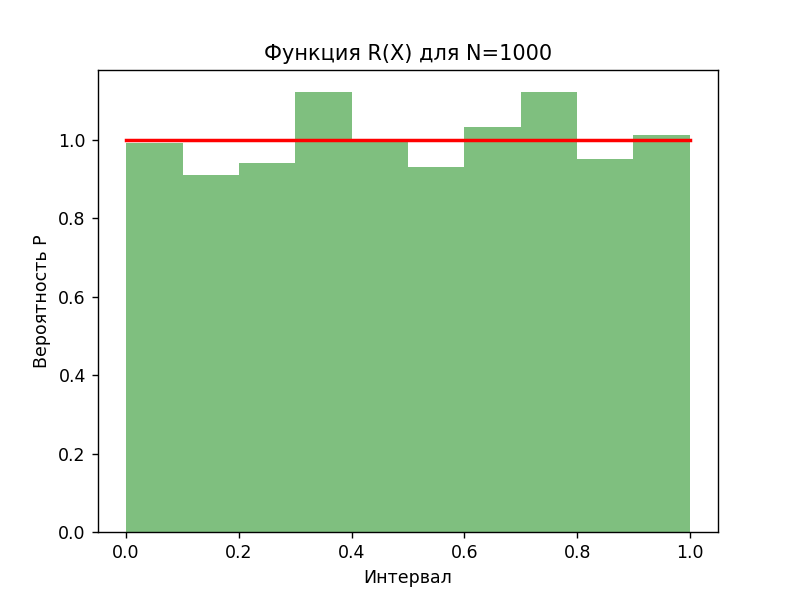
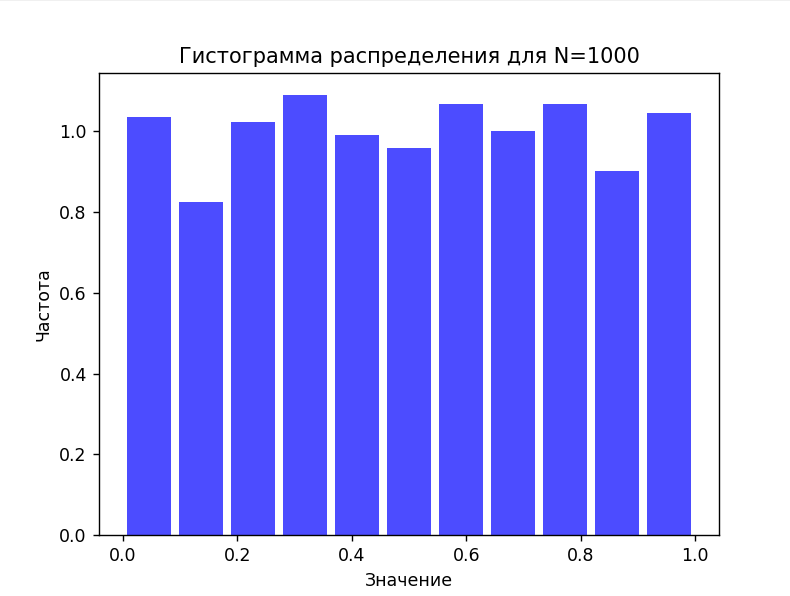
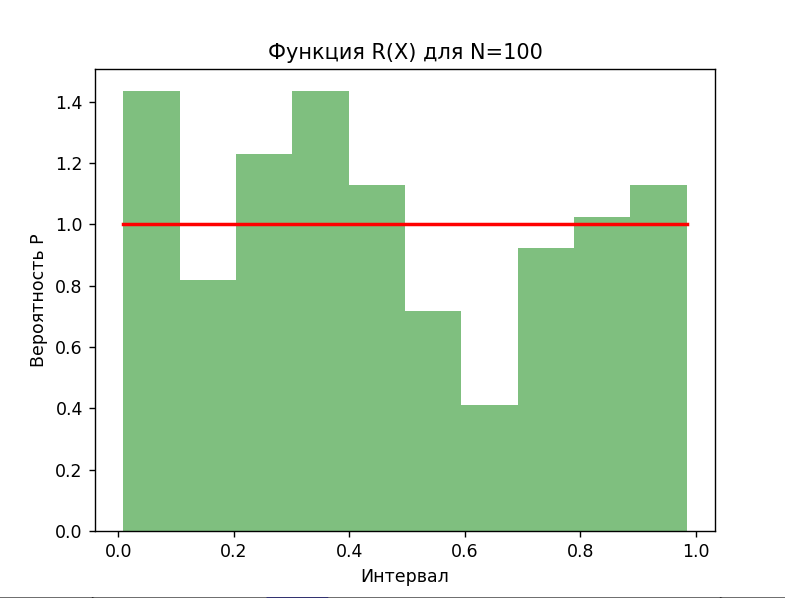
Запрограммировать заданный вариант генератора случайных чисел и выполнить для него задание 1.

**Описание реализации**

Для начала выполнения лабораторной работы начнем с реализации стандартного генератора случайных чисел на языке питон и расчета для полученных трех последовательностей (N={100, 1000, 10000}) таких характеристик, как математическое ожидание (M), дисперсия (D) и среднеквадратичное отклонение (σ). Нам понадобится использовать следующие библиотеки: random для генерации случайных чисел, numpy для расчета статистики и matplotlib для визуализации.







Вероятность того, что отклонение М от Мi меньше среднеквадратичного отклонения **(s=0.2884123172618169): 1.00000**

|  |  |
| --- | --- |
| **N для 100** | |
| Мат ожидание | 0.46706 |
| Дисперсия | 0.08977 |
| Ср. кв. отклонение | 0.29962 |
| **N для 1000** | |
| Мат ожидание | 0.50383 |
| Дисперсия | 0.08259 |
| Ср. кв. отклонение | 0.28738 |
| **N для 10000** | |
| Мат ожидание | 0.49935 |
| Дисперсия | 0.08432 |
| Ср. кв. отклонение | 0.29037 |

import random

import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

N = [100, 1000, 10000]

## Задача 1

sequences = {n: [random.random() for \_ in range(n)] for n in N}

# Вычисляем характеристики для каждой последовательности

for n, sequence in sequences.items():

M = np.mean(sequence)

D = np.var(sequence)

std\_dev = np.sqrt(D)

print(f"Для N={n}: Мат. ожидание (M)={M:.5f}, Дисперсия (D)={D:.5f}, Среднеквадр. отклонение={std\_dev:.5f}")

# Проверка частотности и равномерности

plt.hist(sequence, bins='auto', color='blue', alpha=0.7, rwidth=0.85, density=True)

plt.title(f'Гистограмма распределения для N={n}')

plt.xlabel('Значение')

plt.ylabel('Частота')

plt.show()

# Построение функций R(X)

count, bins, ignored = plt.hist(sequence, bins=10, density=True, alpha=0.5, color='g')

plt.plot(bins, np.ones\_like(bins), linewidth=2, color='r')

plt.title(f'Функция R(X) для N={n}')

plt.xlabel('Интервал')

plt.ylabel('Вероятность P')

plt.show()

# Расчет математического ожидания для последовательностей 1000 и переменной длины

fixed\_length\_sequences = [1000 \* i for i in range(1, 11)]

variable\_length\_sequences = [i \* 1000 for i in range(1, 11)]

fixed\_means = [np.mean([random.random() for \_ in range(1000)]) for \_ in range(1, 11)]

variable\_means = [np.mean([random.random() for \_ in range(i \* 1000)]) for i in range(1, 11)]

# Построение графика зависимости M-Mi от i

M\_theoretical = 0.5

fixed\_deviations = [M\_theoretical - mean for mean in fixed\_means]

variable\_deviations = [M\_theoretical - mean for mean in variable\_means]

plt.plot(fixed\_length\_sequences, fixed\_deviations, 'o-', label='Фиксированная длина')

plt.plot(variable\_length\_sequences, variable\_deviations, 'o-', label='Переменная длина')

plt.axhline(0, color='red', linestyle='--', label='Теоретическое М')

plt.xlabel('Номер последовательности')

plt.ylabel('Разность (M-Mi)')

plt.title('Отклонение М от Мi')

plt.legend()

plt.grid(True)

plt.show()

# Определение вероятности P{|M-Mi|<s} для переменной длины

s = np.std([random.random() for \_ in range(10000)])

probabilities = [abs(M\_theoretical - mean) < s for mean in variable\_means]

probability = sum(probabilities) / len(probabilities)

print(f"Вероятность того, что отклонение М от Мi меньше среднеквадратичного отклонения (s={s}): {probability:.5f}")

## Задача 2

# Определим функцию для метода серединных произведений

def middle\_square\_method(seed, n):

numbers = []

number = seed

for \_ in range(n):

sq\_number = str(number \*\* 2).zfill(8) # Заполняем начало нулями до 8 цифр

middle\_digits = sq\_number[len(sq\_number)//4:-len(sq\_number)//4] # Извлекаем середину

number = int(middle\_digits)

numbers.append(number / 10000) # Нормируем число, чтобы оно было между 0 и 1

return numbers

# Сид значение

seed = 1000

sequences = {n: middle\_square\_method(seed, n) for n in N}

**Выводы о проделанной работе**

Выполняя данную лабораторную работу, были изучены основные характеристики случайных величин на базе теории вероятностей и математической статистики; изучено программирование способов получения псевдослучайных чисел.